

数学中考模拟试题（04）

时间：120 分钟 满分：120 分

一、选择题。（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. $-\frac{1}{5}$ 的相反数是（ ）

- A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

2. 下列图案中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）



3. 下列计算正确的是（ ）

- A. $2x+3y=5xy$ B. $(m+3)^2=m^2+9$ C. $(xy^2)^3=xy^6$ D. $a^{10} \div a^5 = a^5$

4. 某交警在一个路口统计的某时段来往车辆的车速情况如表：

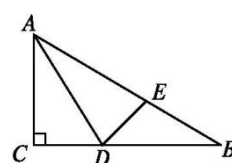
| | | | | | |
|----------|----|----|----|----|----|
| 车速（km/h） | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 |
| 车辆数（辆） | 6 | 5 | 9 | 3 | 2 |

则上述车速的中位数和众数分别是（ ）

- A. 50, 9 B. 53, 51 C. 51, 51 D. 49, 6

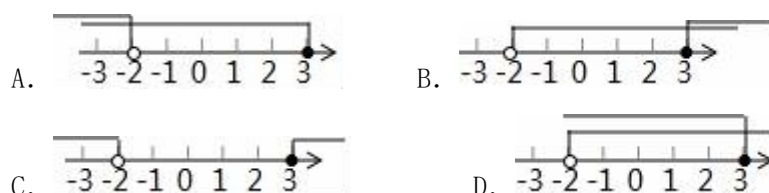
5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D ， E 为 AB 上一点，连接 DE ，则下列说法错误的是（ ）

- A. $CD=ED$ B. $BD=2CD$



- C. $AD=BD$ D. $\angle CAD=30^\circ$

6. 不等式 $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 2x+4 > 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是（ ）



7. 分式方程 $\frac{5}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 2$ 的解为（ ）

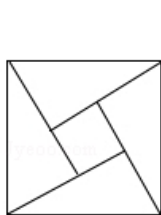
- A. $x=2$ B. $x=1$ C. $x=-1$ D. 无解

8. “赵爽弦图”巧妙地利用面积关系证明了勾股定理，是我国古代数学的骄傲，如图所示

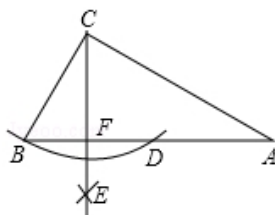
的“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形，设直角三角形较长直角边长为 a ，较短直角边长为 b ，若 $(a+b)^2 = 21$ ，大正方形的面积为 13，则小正方形的面积为（ ）

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

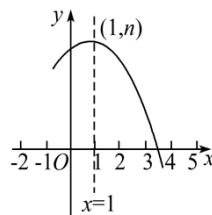
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=4$ ，以点 C 为圆心， CB 长为半径作弧，交 AB 于点 D ；再分别以点 B 和点 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 E ，作射线 CE 交 AB 于点 F ，则 AF 的长为（ ）



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. 如图是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的部分图象，其顶点坐标为 $(1, n)$ ，且与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和 $(4, 0)$ 之间．则下列结论：① $a-b+c > 0$ ；② $3a+b=0$ ；③ $b^2=4a(c-n)$ ；④一元二次方程 $ax^2+bx+c=n-1$ 有两个不相等的实数根．其中正确结论的个数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二. 填空题。(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化，1 个天文单位是地球与太阳之间的平均距离，即 1.4960 亿 km ．用科学计数法表示 1 个天文单位是 _____ km 。

12. 已知实数 m, n 满足 $|n-2| + \sqrt{m+1} = 0$ ，则 $m+2n$ 的值为_____。

13. 已知：如图，圆锥的底面直径是 $10cm$ ，高为 $12cm$ ，则它的侧面展开图的面积是_____ cm^2 。

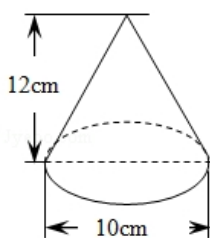
14. 一个等腰三角形的两边长是方程 $x^2-8x+12=0$ 的两个根，那么这个等腰三角形的周长是_____。

15. 如图，已知一次函数 $y_1=k_1x+b$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点，与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象分别交于 C 、 D 两点，点 D 的坐标为 $(2, -3)$ ，点 B 是线段 AD 的中点。

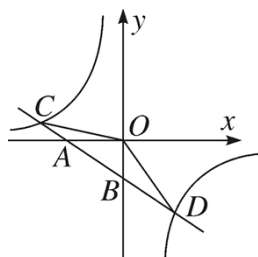
则不等式 $\frac{k_2}{x} - k_1x - b > 0$ 的解集是_____。

16. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AE \perp BD$ 于点 E ， CF 平分 $\angle BCD$ ，交 EA 的延长线于点 F ，且 $BC=4$ ，

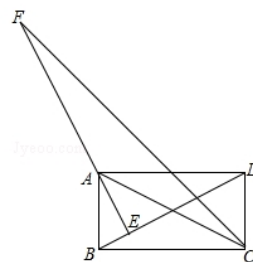
$CD=2$, 给出下列结论: ① $\angle BAE = \angle CAD$; ② $\angle DBC = 30^\circ$; ③ $AE = \frac{4}{5}\sqrt{5}$; ④ $AF = 2\sqrt{5}$, 其中正确的是_____。(填写所有正确结论的序号)



第 13 题图



第 15 题图



第 16 题图

三. 解答题。(本题共 8 小题, 共 72 分)

17. (6 分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}\right) \div \frac{1}{xy+y^2}$, 其中 $x = \sqrt{5} + 2, y = \sqrt{5} - 2$.

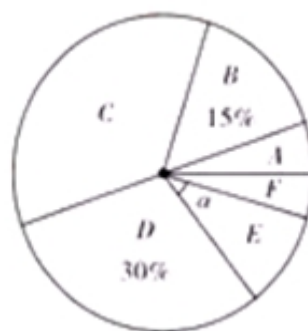
18. (8 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 + (2k - 1)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

(1) 求实数 k 的取值范围; (4 分)

(2) 若 x_1, x_2 满足 $x_1^2 + x_2^2 = 16 + x_1x_2$, 求实数 k 的值. (4 分)

19. (8 分) 今年四月份, 某校在我市争创“全国文明城市”活动中, 组织全体学生参加了“弘扬炎帝文化, 争做文明学生”知识竞赛, 赛后随机抽取了部分参赛学生的成绩, 按得分划分成 A, B, C, D, E, F 六个等级, 并绘制成如下两幅不完整的统计图表.

| 等级 | 得分 x (分) | 频数 (人) |
|----------|--|-----------------------|
| A | $95 \leq x \leq 100$ | 4 |
| B | $90 \leq x \leq 95$ | m |
| C | $85 \leq x \leq 90$ | n |
| D | $80 \leq x \leq 85$ | 24 |
| E | $75 \leq x \leq 80$ | 8 |
| F | $70 \leq x \leq 75$ | 4 |



请根据图表提供的信息, 解答下列问题:

(1) 本次抽样调查样本容量为_____, 表中: $m =$ _____, $n =$ _____;

扇形统计图中, E 等级对应的圆心角 α 等于_____度; (4 分)

(2) 该校决定从本次抽取的 A 等级学生 (记为甲、乙、丙、丁) 中, 随机选择 2 名成为学校文明宣讲志愿者, 请你用列表法或画树状图的方法, 求恰好抽到甲和乙的概率. (4 分)

分)

20. (8分) 如图 1, 2 分别是某款篮球架的实物图与示意图, 已知底座 $BC=0.60$ 米, 底座 BC 与支架 AC 所成的角 $\angle ACB=75^\circ$, 支架 AF 的长为 2.50 米, 篮板顶端 F 点到篮框 D 的距离 $FD=1.35$ 米, 篮板底部支架 HE 与支架 AF 所成的角 $\angle FHE=60^\circ$, 求篮框 D 到地面的距离 (精确到 0.01 米) (参考数据: $\cos 75^\circ \approx 0.2588$, $\sin 75^\circ \approx 0.9659$, $\tan 75^\circ \approx 3.732$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} \approx 1.414$)



图1

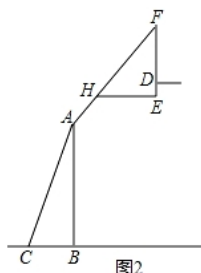


图2

第 21 题图

21. (9分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, AD 与过点 C 的切线互相垂直, 垂足为点 D , AD 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 CE , CB .

(1) 求证: $CE=CB$; (4分)

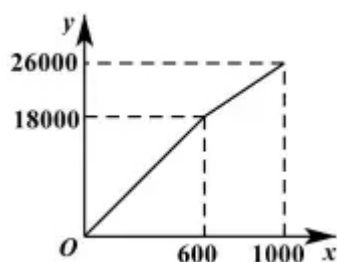
(2) 若 $AC=2\sqrt{5}$, $CE=\sqrt{5}$, 求 AE 的长. (5分)

22. (11分) 为了“创建文明城市, 建设美丽家园”, 我市某社区将辖区内的一块面积为 $1000m^2$ 的空地进行绿化, 一部分种草, 剩余部分栽花. 设种草部分的面积为 $x(m^2)$, 种草

所需费用 y_1 (元) 与 $x(m^2)$ 的函数关系式为 $y_1 = \begin{cases} k_1x, & (0 \leq x < 600) \\ k_2x + b, & (600 \leq x \leq 1000) \end{cases}$, 其图象如

图所示; 栽花所需费用 y_2 (元) 与 $x(m^2)$ 的函数关系式

$$y_2 = -0.01x^2 - 20x + 30000 (0 \leq x \leq 1000).$$



(1) 请直接写出 k_1, k_2 和 b 的值; (3分)

(2) 设这块 $1000m^2$ 空地的绿化总费用为 W (元), 请利用 W 与 x 的函数关系式, 求出绿化总费用 W 的最大值; (4 分)

(3) 若种草部分的面积不少于 $700m^2$, 栽花部分的面积不少于 $100m^2$, 请求出绿化总费用 W 的最小值. (4 分)

23. (10 分) 阅读理解题:

定义: 如果一个数的平方等于 -1 , 记为 $i^2 = -1$, 这个数 i 叫做虚数单位, 把形如

$a+bi$ (a, b 为实数) 的数叫做复数, 其中 a 叫这个复数的实部, b 叫做这个复数的虚部. 它的加, 减, 乘法运算与整式的加, 减, 乘法运算类似.

例如计算: $(2-i) + (5+3i) = (2+5) + (-1+3)i = 7+2i$;

$$(1+i) \times (2-i) = 1 \times 2 - i + 2 \times i - i^2 = 2 + (-1+2)i + 1 = 3+i;$$

根据以上信息, 完成下列问题:

(1) 填空: $i^3 =$ _____, $i^4 =$ _____; (2 分)

(2) 计算: $(1+i) \times (3-4i)$; (4 分)

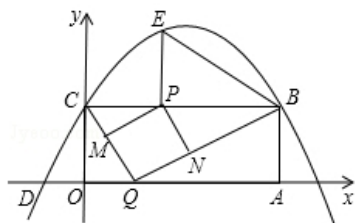
(3) 计算: $i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2017}$. (4 分)

24. (12 分) 如图, 矩形 $OABC$ 的两边在坐标轴上, 点 A 的坐标为 $(10, 0)$, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 过点 B, C 两点, 且与 x 轴的一个交点为 $D(-2, 0)$, 点 P 是线段 CB 上的动点, 设 $CP=t$ ($0 < t < 10$).

(1) 请直接写出 B, C 两点的坐标及抛物线的解析式; (3 分)

(2) 过点 P 作 $PE \perp BC$, 交抛物线于点 E , 连接 BE , 当 t 为何值时, $\angle PBE = \angle OCD$? (4 分)

(3) 点 Q 是 x 轴上的动点, 过点 P 作 $PM \parallel BQ$, 交 CQ 于点 M , 作 $PN \parallel CQ$, 交 BQ 于点 N , 当四边形 $PMQN$ 为正方形时, 请求出 t 的值. (5 分)



参考答案

一. 1-5 DDDBD 6-10 DACBC

二、11. 1.4960×10^8 12. 3 13. 65π 14. 10 15. $X < -4$ 或 $0 < X < 2$ 16. ①③④

三. 17. 解：原式 $= \left(\frac{x^2-1}{x+1} + \frac{3-3x}{x+1} \right) \div \frac{x(x-1)}{x+1} = \frac{x^2-3x+2}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-1)} = \frac{x-2}{x}$

\therefore 分式有意义时 $x \neq \pm 1, 0$, $\therefore x=2$, 则原式 $= \frac{2-2}{2} = 0$.

18. 解：(1) \therefore 关于 x 的方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 ,

$\therefore \Delta = (2k-1)^2 - 4(k^2-1) = -4k+5 \geq 0$, 解得： $k \leq \frac{5}{4}$

\therefore 实数 k 的取值范围为 $k \leq \frac{5}{4}$.

(2) \therefore 关于 x 的方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1 + x_2 = 1 - 2k, \quad x_1 x_2 = k^2 - 1. \quad \because x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 16 + x_1 x_2,$$

$$\therefore (1 - 2k)^2 - 2 \times (k^2 - 1) = 16 + (k^2 - 1), \quad \text{即 } k^2 - 4k - 12 = 0,$$

解得: $k = -2$ 或 $k = 6$ (不符合题意, 舍去). \therefore 实数 k 的值为 -2 .

19. (1) 80, 12, 28, 36;



从四人中随机抽取 2 人共有 12 种可能的结果, 恰好选中甲、乙的结果有 2 种。

$$\therefore P(\text{恰好选中甲、乙}) = \frac{1}{6}.$$

20.

【解析】

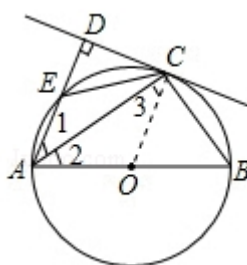
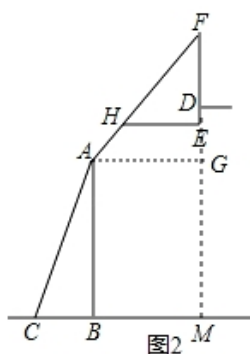
试题分析: 延长 FE 交 CB 的延长线于 M , 过 A 作 $AG \perp FM$ 于 G , 解直角三角形即可得到结论.

试题解析: 延长 FE 交 CB 的延长线于 M , 过 A 作 $AG \perp FM$ 于 G , 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$, \therefore

$AB = BC \cdot \tan 75^\circ = 0.60 \times 3.732 = 2.2392$, $\therefore GM = AB = 2.2392$, 在 $\text{Rt}\triangle AGF$ 中, $\because \angle FAG = \angle FHD = 60^\circ$, $\sin \angle$

$$\angle FAG = \frac{FG}{AF}, \quad \therefore \sin 60^\circ = \frac{FG}{2.5} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \therefore FG = 2.165, \quad \therefore DM = FG + GM - DF \approx 3.05 \text{ 米}.$$

答: 篮框 D 到地面的距离是 3.05 米.



21. 解: (1) 证明: 连接 OC , $\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OC \perp CD$.

$\because AD \perp CD$, $\therefore OC \parallel AD$, $\therefore \angle 1 = \angle 3$.

又 $OA = OC$, $\therefore \angle 2 = \angle 3$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\therefore CE = CB$;

$$(2) \text{ 解: } \because AB \text{ 是直径, } \therefore \angle ACB = 90^\circ, \quad \therefore AC = 2\sqrt{5}, \quad CB = CE = \sqrt{5}, \quad \therefore AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} =$$

$$\sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 5. \because \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ, \angle 1 = \angle 2, \therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{CB}, \text{ 即 } \frac{AD}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{DC}{\sqrt{5}}, \therefore AD=4, DC=2. \text{ 在直角 } \triangle DCE \text{ 中, } DE=$$

$$\sqrt{EC^2 - DC^2} = 1, \therefore AE = AD - ED = 4 - 1 = 3.$$

22. 解: (1) 依题意有: $y = 10x + 160$;

2) 依题意有: $W = (80 - 50 - x)(10x + 160) = -10(x - 7)^2 + 5290$, $\because -10 < 0$ 且 x 为偶数, 故当 $x = 6$

或 $x = 8$ 时, 即故当销售单价定为 74 或 72 元时, 每周销售利润最大, 最大利润是 5280 元;

(3) 依题意有: $-10(x - 7)^2 + 5290 \geq 5200$, 解得 $4 \leq x \leq 10$, 则 $200 \leq y \leq 260$,

$$200 \times 50 = 10000 \text{ (元)}.$$

答: 他至少要准备 10000 元进货成本.

23. 解: (1) $-i, 1$;

$$(2) \text{ 原式} = 3 - 4i + 3i - 4i^2$$

$$= 3 - i + 4$$

$$= 7 - i$$

$$(3) \text{ 原式} = i + (-1) + (-i) + 1 + \dots + i$$

$$= i$$

24. 解: (1) 在 $y = ax^2 + bx + 4$ 中, 令 $x = 0$ 可得 $y = 4$, $\therefore C(0, 4)$, \because 四边形 $OABC$ 为矩

形, 且 $A(10, 0)$, $\therefore B(10, 4)$, 把 B, D 坐标代入抛物线解析式可得:

$$\begin{cases} 100a + 10b + 4 = 4 \\ 4a - 2b + 4 = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{5}{3} \end{cases}, \therefore \text{ 抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 4;$$

$$(2) \text{ 由题意可设 } P(t, 4), \text{ 则 } E(t, -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{3}t + 4), \therefore PB = 10 - t, PE = -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{3}t + 4 - 4 = -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{3}t,$$

$$\because \angle BPE = \angle COD = 90^\circ, \angle PBE = \angle OCD, \therefore \triangle PBE \sim \triangle OCD, \therefore \frac{BP}{CO} = \frac{PE}{OD}, \text{ 即 } BP \cdot OD = CO \cdot PE, \therefore 2(10$$

$$- t) = 4(-\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{3}t), \text{ 解得 } t = 3 \text{ 或 } t = 10 \text{ (不合题意, 舍去)}, \therefore \text{ 当 } t = 3 \text{ 时, } \angle PBE = \angle OCD;$$

(3) 当四边形 $PMQN$ 为正方形时, 则 $\angle PMC = \angle PNB = \angle CQB = 90^\circ$, $PM = PN$, $\therefore \angle CQO + \angle$

$$AQB = 90^\circ, \therefore \angle CQO + \angle OCQ = 90^\circ, \therefore \angle OCQ = \angle AQB, \therefore \text{Rt} \triangle COQ \sim \text{Rt} \triangle QAB, \therefore \frac{CO}{AQ} = \frac{OQ}{AB}$$

,

即 $OQ \cdot AQ = CO \cdot AB$, 设 $OQ = m$, 则 $AQ = 10 - m$, $\therefore m(10 - m) = 4 \times 4$, 解得 $m = 2$ 或 $m = 8$;

①当 $m = 2$ 时, $CQ = \sqrt{OC^2 + OQ^2} = 2\sqrt{5}$, $BQ = \sqrt{AQ^2 + AB^2} = 4\sqrt{5}$, $\therefore \sin \angle BCQ = \frac{BQ}{BC} =$

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\sin \angle CBQ = \frac{CQ}{CB} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\therefore PM = PC \cdot \sin \angle PCQ = \frac{2\sqrt{5}}{5}t$, $PN = PB \cdot \sin \angle CBQ = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$(10 - t)$, $\therefore \frac{2\sqrt{5}}{5}t = \frac{\sqrt{5}}{5}(10 - t)$, 解得 $t = \frac{10}{3}$;

②当 $m = 8$ 时, 同理可求得 $t = \frac{20}{3}$.

\therefore 当四边形 $PMQN$ 为正方形时, t 的值为 $\frac{10}{3}$ 或 $\frac{20}{3}$.